Prepared by Engineering students of the 2017, 2018, 2019 and 2020 batches of Royal College

3rd Term Test - Online Paper

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07
Royal College – Colombo 07

රාජකීය විද්‍යාලය - කොළඹ 07

කොළඹ 07 රාජකීය විද්‍යාලය
olombo 07 Royal College

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

පැය තුනයි
Three hours

A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටමද, B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

1) පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m සහ 4 m වූ A සහ B නම් ඒකාකාර කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් පිළිවෙලින් 2a සහ 6a ප්‍රවේගවලින් එකිනෙක දෙසට චලනය වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.

   i) ගැටුමෙන් පසු එහි ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න.

   ii) එක් ගෝලයකින් අනෙකට සංක්‍රමණය වූ ගම්‍යතාව ගණනය කරන්න.

2) සුපුරුදු අංකයෙන් O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-3\underline{i} + 6\underline{j}$ සහ $3\underline{i} - 2\underline{j}$ වේ. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \frac{\pi}{2}$ හා AB = DC ද DO : OC = 2 : 3 ද වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය දෙකේ පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

3) ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය 4 mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකටද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ, P අංශුවකටද ගැට ගසා ඇත. P අංශුව O හි සිට නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන විට ප්‍රවේගය සොයන්න.

$$OA = \frac{3a}{2} \text{ වේ.}$$

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4) ස්කන්ධය M kg වූ මෝටර් රථයක් ස්කන්ධය m හා මෝටර් බයිසිකලයක් සෘජු පාරක් දිගේ ඇදගෙන යනු ලබන්නේ මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිත දිශාවට සමාන්තර වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් ආධාරයෙනි. මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය R_1 හා R_2 වේ. එක්තරා මොහොතකදී මෝටර් රථයේ හා මෝටර් බයිසිකලයේ ප්‍රවේගය V ms^{-1} වේ. එම මොහොතේ මෝටර් රථයේ ජවය P kW නම්, කේබලයේ ආතතිය $\dfrac{1000Pm - V(mR_1 - MR_2)}{(M+m)V}$ බව පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5) එක් නැවක් $2u\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරන අතර දෙවන නැවක් දකුණින් 30^0 නැගෙනහිර දිශාවට $u\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරයි. දවල් 12.00 ට පළමු වන නැව දෙවන නැවේ සිට කිලෝමීටර d km දුරින් දකුණු දිශාවේ දිස් වේ.

i) B ට සාපේක්ෂ ව A හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

ii) නැව් දෙක අතර ඇති වන අඩු ම දුර සහ ඒ සඳහා ගත වන කාලය නිර්ණය කරන්න.

6) අංශුවක් තිරසට α ආනතියකින් u ප්‍රවේගයකින් O මිට ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. අංශුව මෙම D දුරකදී H උසකින් ද O සිට d දුරකදී l දුරකින්ද පිළිවෙළින් ගමන් කරයි. (පළමුව H උසකින්) H > h බව දී ඇත්නම්,

$(D + d)\, g \tan^2 \alpha - 2u^2 \tan \alpha + g\,(D + d) > 0$ බව දක්වන්න.

7) දිග 2a ද ස්කන්ධය w ද වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක A, අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවි කර ඇත. B හි ක්‍රියා කරන විශාලත්වය P වූ බලයක් මඟින් යටි සිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ කෝණයක් සාදමින් මෙම දණ්ඩ සමතුලිතතාව තබා ඇත. බල ත්‍රිකෝණය උපයෝගී කර ගනිමින්,

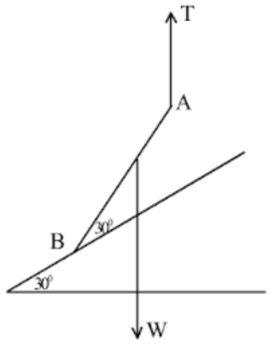
i) P හි බලය තිරස් ව ඇති විට P හි විශාලත්වය සොයන්න.

ii) P හි අවම අගය සහ එවිට එහි දිශාව සොයන්න.

8) බර W වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක් සිරස් තලයක සමතුලිතතාව ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ය. සිරස් ලණුවක් A ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ කර ඇත.

i) W ඇසුරෙන් T අගය සොයන්න.

ii) සමතුලිතතාව සඳහා μ හි කුඩාතම අගය සොයන්න.
(μ යනු B හි දී ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.)



9) f_1, f_2, f_3...... f_n සංඛ්‍යාත වලින් ඇති දත්ත නියැදියක දත්ත සංඛ්‍යාත ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සංගුණක වලට අනුලෝමව සමානුපාතික වේ. තව ද ඊට අනුරූප දත්ත 1, 2, 3.....n දක්වා වේ නම් දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍ය සොයන්න.

10) නිරීක්ෂණ 100ක මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 30 හා 4.1 ලෙස ගණනය කර ඇත. එක් නිරීක්ෂණයක් නිවැරදි අගය 30 වෙනුවට 40 සාවද්‍ය ලෙස ලේඛනගත කර ඇති බව පසුව සොයාගෙන ඇත. නිරීක්ෂණ 100 හි නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

B කොටස

- B කොටසේ ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

11) a) දිග මීටර L වන බස් රථයක් දිග මීටර d වන පාලමක් පසු කරන චලිතය මෙලෙස වේ. චලිතයේ ආරම්භ හා අවසාන ලක්ෂ්‍ය පහත රූපයේ දැක්වේ.

ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය   අවසාන ලක්ෂ්‍යය

නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන බස් රථය තත්පර වර්ගයට මීටර a ත්වරණයෙන් ගමන් කර $2V\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. ඉන්පසු යම්කිසි කාලයක් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන තිරිංග තර කර a මන්දනයකින් ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

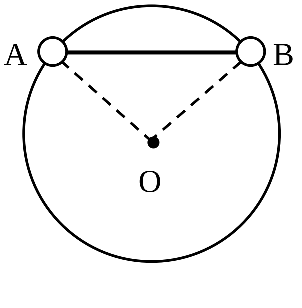
i) ත්වරණයෙන් ගමන් කළ කාලය කොපමණද?

ii) මන්දනයේ ගමන් කළ කාලය කොපමණද?

iii) ගමනට ගත වූ මුළු කාලය $\dfrac{3V^2 + a(d + l)}{2aV}$ බව පෙන්වන්න.

B) පදික වේදිකාවේ සිටින මිනිසෙකුට, උතුරින් d දුරකින් ද බටහිරින් l දුරකින්ද ඇති මෝටර් රථයක් නැගෙනහිර දිශාවට නියත $14.4\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරමින් සිටින මොහොතේදී මිනිසා උතුරු දිශාවට $10.8\ kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කර මාරු වීමට සූදානම්ය.
මිනිසා සහ වාහනය නොගැටීමට $3(l + t) < 4d < 3t - 4b$ බව පෙන්වන්න. මෙහි b හා l පසු මෝටර් රථයේ පළල හා දිග වේ.

12) a) ස්කන්ධ M හා m වූ සුමට A හා B පබළු දෙකක් කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තාකාර කම්බි පුඩුවක චලිත වන්නේ l දිගැති තන්තුවක ($l <$ d) දෙකෙළවර පිහිටමිනි. තන්තුව සැහැල්ලු අවිතන්‍ය වන අතර d යනු වෘත්තාකාර පුඩුවේ විෂ්කම්භයයි. අංශු ආරම්භයේ තිරස් රේඛාවක පිහිටුවා I ආවේගයක් එක් වස්තුවක් මතට ස්පර්ශීයව ලබා දේ.



i) A හා B ගමන් අරඹන ප්‍රවේග සොයන්න.

ii) OB ට සාපේක්ෂ දක්ෂිණාවර්තී අතට චලිත වන පද්ධතියේ සාධාරණ θ පිහිටුමක දී ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය V හා තන්තුවේ ආතතිය T සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගන්න.

iii) එවිට A, B අංශුව මත අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

b) ස්කන්ධ M_1, M^1, m_1, m_2 වන කප්පි හතරක් අටවා ඇත්තේ සිවිලිමට ගැටගැසූ තවත් කප්පියක් වටා දැමූ තන්තුවකට M_1 හා M^1 ගැටගසා M^1 වටා දැමූ තන්තුවකට m_1 හා m_2 ගැට ගසමිනි. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදා ගලේ නම්, කප්පි වල ත්වරණ වෙන වෙනම සොයන්න.

$M^1 = 0$ හා $\frac{4}{M_1} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ නම් $a_{M1} = 0$ බවද පෙන්වන්න.

මෙහි a_{M1} යනු M_1 හි ත්වරණයයි.

13) එක් කෙළවරකකට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැටගසන ලද ස්වභාවික දිග l වූ ද, ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg වූ තන්තුවක, අනෙක් කෙළවර බිම සිට n උසැති සිවිලිමක A ලක්ෂ්‍යයට අමුණා ඇත. අංශුව නිදහසේ එල්ලා ඇති විට සමතුලිත පිහිටීම C නම් C හිදී තන්තුවේ විතතිය ගණනය කරන්න.

දැන් ස්කන්ධය m වූ තවත් Q අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ගුරුත්වය යටතේ නිසලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. P හා Q අංශු දෙක එකිනෙක ගැටී බද්ධ වේ යැයි උපකල්පනයෙන් බද්ධ වූ අංශු දෙක ගමන් අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න.

ඉන්පසු ඇතිවන චලිතයේදී $h \geq (3 + \sqrt{3})\, l$ නම් පද්ධතිය පූර්ණ සරල අනුවර්තීය චලිතයක් ඇතිකරන බව පෙන්වා එහි ආවර්ත කාලය $T = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද,

$h = \frac{7l}{2}$ නම් PQ අංශු පද්ධතිය C ට එළඹීමේදී ක්ෂණික නිසලතාවයට පත්වීම සඳහා පොළොව හා අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e = \sqrt{\frac{3}{11}}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

14) i) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශූන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික 2කි. $a\alpha + b\beta = 0$ නම් $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බවත් පෙන්වන්න.

ii) O, A, B, C යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය 4 කි. α හා β නිශ්ශූන්‍ය .... විට $\overrightarrow{OA} = a$ හා $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = \alpha a + \beta b$ ලෙස වේ.

a) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma a$ හා $\overrightarrow{DC} = \delta b$ වන පරිදිය. γ හා δ හි අගයන් α හා β ඇසුරින් දක්වන්න.

b) $\alpha + \beta = 1$ නම් A, B, C ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. A ත් B ත් අතර C පිහිටයි නම් α ඇසුරින් AC : CB අනුපාතය සොයා, $0 < \alpha < 1$ බව පෙන්වන්න.

b) i) OXY තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් (-α, 0), (-d, α), (α, α) (2α, α) ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියා කරන 4Pi + 6Pj, - 2Pi + Pj, Pi + Pj, 3pi – 2pj යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි P හා α හි හි විටත් හා මීටර වලින් මනින ලද + රාශී වේ. O ලක්‍ෂ්‍යය (මූලය) වටා දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය 8pα Nm බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතිය 10 PN වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

iii) අතිරේක බලයක් ඇතුළත් කිරීමෙත් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් එම යුග්මයේ අගය 16 Pα Nm නම් අතිරේඛ බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

15) a) බර පිළිවෙලින් 3W හා W වූ සමාන දිගින් යුත් ඒකාකාර AB හා AC දඬු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. B හා C කෙළවරවල් රළු තිරස් තලයක රැඳෙන සේ ඒවා සිරස් තලයක සමතුලිත ව ඇත. B හි හා C හිදී ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. R හා S යනු පිළිවෙලින් AB හි සහ AC හිදී තලයෙන් මතුවන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා ද, $B\hat{A}C = 20$ ද නම්,

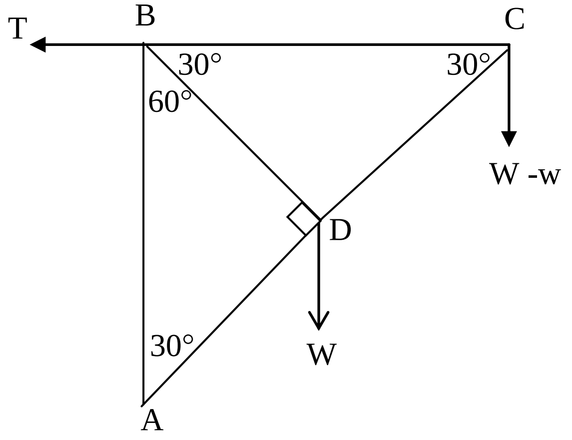
i) $R = \frac{5}{2}w$, $S = \frac{3}{2}w$ බව පෙන්වන්න.

θ හි අගය බින්දුවේ සිට වැඩි වන විට B හා C කෙළවර දෙකෙන් සීමාකාරී අවස්ථාවට පැමිණෙන්නේ කමන ලක්ෂ්‍යය දැයි සොයන්න.

ii) $\tan\theta = \frac{3\mu}{2}$ බව පෙන්වා එක් දණ්ඩක් මඟින් අනෙක් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සිරස සමඟ $\tan^{-1}(3\mu)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

b) A සුමට අසව්වකි. B, C, D සුමට සන්ධි වේ. B හි තන්තුවේ ආතතිය T නම්,

$T = \frac{\sqrt{2}}{4}(2W - w)$ බව පෙන්වන්න. A හි ක්‍රියාව සොයන්න. $W = 100\sqrt{3}$ N සහ $w = 25\sqrt{3}$ N නම් AD, DC දඬුවල ප්‍රත්‍ය බල සොයා ඒවා ආතති, තෙරපුම් බව ලබා ගන්න.



16) a) ඝන අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් සාදා ඇත්තේ අරය $2a$ වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අරය a වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් හාරා ඉවත් කිරීමෙනි. ඝන අර්ධ ගෝල දෙකෙහිම කේන්ද්‍රය O නම් පාත්‍රයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට O සිට ඇති දුර සොයන්න.

i) පාත්‍රය පිටත දාරයේ ලක්ෂයකින් එල්ලූ විට තල මුහුණත තිරස සමඟ සාදන කෝණය α නම් $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{112}{45}\right]$ බව පෙන්වන්න.

ii) තිරසට θ කෝණයකින් ආනත තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය ගැටෙමින් පාත්‍රය සමතුලිතව ඇත්නම් හා තලය ස්පර්ශය ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට තරම් රළු නම් θ හි උපරිම අගය සොයන්න.

b) ඝනත්වය p ද, අරය r ද උස $4r$ වන ඍජු ඝන කේතුවක වක්‍ර පෘෂ්ඨය අරය r ද ඝනත්වය σ වන ඝන අර්ධ ගෝලයක වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨය හා සමාපාත කිරීමෙන් ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. එම ඝන වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට වෘත්තකාර පෘෂ්ඨයේ සිට ඇති දුර $\frac{r}{8}\left[\frac{16p-3\sigma}{2p+\sigma}\right]$ බව පෙන්වන්න.

$p = \sigma$ නම් ඝන වස්තුව තල පෘෂ්ඨ සම්බන්ධ වන මායිමේ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලූ විට ඝන වස්තුව සිරසට ආනත වන කෝණය සොයන්න.

17) a) $P\left(\frac{A}{D}\right)$ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව දෙන්නා වූ බේස් ප්‍රමේයයේ සරල ආකාරය ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $t = 1, 2, 3$ සඳහා A යනු එක්තරා පරීක්ෂණයක S නියැදි අවකාශය මේලය වශයෙන් ඇති අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි තුනක් බවත් D යනු $P(D) > O$ වන සේ ඇති S හි අභිමත සිද්ධියක් බවත් දී ඇත. (සූත්‍රය සාධනය අපේක්ෂා නොකෙරේ.)

කර්මාන්ත ශාලාවක් A_1, A_2, A_3 යන්ත්‍ර තුනක් යොදාගනිමින් සමාන භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය කරනු ලැබේ. එම යන්ත්‍ර තුනෙන් දිනකට නිපදවන ඒකක ගණන පිළිවෙලින් 20, 175 සහ 125 වේ. දීර්ඝ කාලයක් සොයාගෙන ඇති පරිදි නිෂ්පාදනයේ දෝෂ සහිත ප්‍රතිශතය A_1, A_2 සහ A_3 යන්ත්‍ර සඳහා පිළිවෙළින් 4%, 4% සහ 6% වේ.

i) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් සසම්භාවවී ව තෝරාගත් විට එය සදොත් එකක් වීමේ සම්භාවිතාව 0.045 බව පෙන්වන්න.

ii) කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් සසම්භාවී තෝරාගත් ඒකකයක් සදොස් එකක් බව සොයාගත්තේ නම්, එය A_1 වයන්ත්‍රයෙන් නිපදවා තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. එය නිපදවීමට වඩාත් මම ඉඩ ඇත්තේ කුමන් යන්ත්‍රයෙන් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

iii) වෙනස් දින තුනදී එක් එක් දවසේ කර්මාන්ත ශාලාවේ නිෂ්පාදනයෙන් ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවීව තෝරාගනු ලැබේ. ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iv) එක්තරා දිනකදී එක් එක් යන්ත්‍රයේ නිෂ්පාදනයෙන් වන ඒකකයක් බැගින් සසම්භාවී ව තෝරාගනු ලැබේ නම් ඒවායින් හරියටම එකක් සදොස් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

b) විභාගයක දී සිසුන් සමූහයක් සංයුක්ත ගණිතය විෂය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල තොරතුරු පහත පරිදි ඉදිරිපත් කරන්න.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
10 ට අඩු	4
20 ට අඩු	6
30 ට අඩු	24
40 ට අඩු	1
50 ට අඩු	67
60 ට අඩු	86
70 ට අඩු	96
80 ට අඩු	99
90 ට අඩු	100

i) ශිෂ්‍යයන්ගේ ලකුණු වල මාත අගය 38 ක් වෙයි නම් f සොයන්න.

ii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථ ලකුණු ගණනය කරන්න.

iii) සුදුසු රේඛීය පරිමාණයක් මඟින් මධ්‍යන්‍ය, විචලතාවය ගණනය කරන්න.